EL2 1/4

Magnetfeld

magn. Feldkonstante $\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \frac{Vs}{Am}$

Durchflutungsgesetz $\Theta = NI = Hl$ $\quad NI = H_E \cdot l_E + H_L \cdot l_L$ $\quad H_{ges} = \frac{I_1 N_1 + I_2 N_2}{l}$

magn. Feldstärke $H = \frac{\Theta}{l} = \frac{B}{\mu} = \frac{\phi}{\mu A}$ $\quad [H] = 1\frac{A}{m}$ $\quad$ magn. Fluss $\phi = BA$ $\quad [\phi] = \frac{Vs\,m^2}{m^2} = Vs = Wb$

magnet. Flussdichte $B = \frac{F}{Il} = \mu_0 \mu_r H = \frac{\phi}{A}$ $\quad [B] = \frac{N}{Am} = \frac{J}{Am^2} = \frac{VAs}{Am^2} = \frac{Vs}{m^2} = T$ $\quad$ magn. Spg $V_m = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot l$

magn. Widerstand $R_m = \frac{1}{\Lambda_m} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A}$ $\quad$ magn. Leitwert $\Lambda_m = \mu \frac{A}{l}$

magn. Ohmsches Gesetz $\Theta = R_m \cdot \phi$ $\quad$ magnet. Stromdichte $J = \frac{I}{A}$

Lorenzkraft $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$ für stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld $\quad \vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$ für bewegte Ladungen im Magnetfeld

Kräfte zwischen II, stromdurchflossenen Leitern $F_2 = I_2 l B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_2 \cdot l \cdot I_1}{2\pi d}$

induzierte Spg $U = \overset{E_i}{(\vec{v} \cdot \vec{B})} \cdot l$ $\quad$ (für $\vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{l}$) $\quad \vec{v}$ = rel. Geschwindigkeit des Leiters gegen das Feld

Induktionsgesetz $U = \frac{d\phi}{dt}$ $\quad$ für N-Windungen $U = N\frac{d\phi}{dt}$ $\quad$ Lenzsche Regel $U_{ind} = -N\frac{d\phi}{dt}$
↳ Rechtsschraubenregel

Selbstinduktion L: $u_i(t) = N\frac{d\phi}{dt} = L\frac{di}{dt}$ $\quad$ C: $i = C\frac{du}{dt}$

Induktivität $L = N^2 \Lambda = N^2 A_L$ $\quad [L] = 1\frac{Vs}{A} = 1H$ $\quad$ Energiedichte $w = \frac{W}{V} = \int_0^{B_1} H(B) \cdot dB$ Fläche
↳ Verlust bei einem Umlauf

Gegeninduktivität $u_2 = M_{12} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{N_2}{N_1} u_1$ $\quad M_{12} = N_1 \cdot N_2 \cdot \mu \frac{A}{l}$ $\quad$ Transformatorgleichung $\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$

Kräfte an den Grenzflächen für 2 Schenkel $F = \frac{B^2 A}{\mu_0}$ $\quad$ für 1 Schenkel $F' = \frac{B^2 A}{2 \cdot \mu_0}$

Energie $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}LI^2$

Feld im Innern einer langen stromdurchflossenen Spule $H = \frac{IN}{l}$

Strom außerhalb eines stromdurchflossenen Leiters $H = \frac{I}{2\pi r}$

Leistung $P = \frac{dW}{dt} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$

Wechselstromtechnik

Spg: $u(t) = \hat{u} \cdot \sin \omega t$ $\quad \underline{u}(t) = \hat{u} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}$ Scheitelwert: $\hat{u} = \omega N B h \ell_{\text{Länge}}^{\text{Höhe}}$ Kreisfrequenz: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Strom: $i(t) = \hat{i} \cdot \sin \omega t$ Phasenverschiebung: $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ $\quad \varphi > 0$: I eilt U nach (induktiv) $\varphi = 90°$ $\quad \varphi < 0$: U eilt I nach (kapazitiv) $\varphi = -90°$

Mittelwert/Gleichanteil: $|\bar{i}| = \frac{1}{T} \int_0^T |i| \cdot dt$ $\quad |\bar{u}| = \frac{1}{T} \int_0^T |u| \cdot dt$ $\quad$ sin: $|\bar{i}| = \frac{2\hat{i}}{\pi}$ $\quad |\bar{u}| = \frac{2\hat{u}}{\pi}$

Effektivwert: $I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt}$ $\quad U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 \cdot dt}$ $\quad$ sin: $I_{eff} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$ $\quad U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$ $\quad$ Steigung: $i = \hat{i} \cdot \boxed{\frac{t}{T/2}}$

Wirkleistung: $P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\varphi = R \cdot I_{eff}^2 = G \cdot U_{eff}^2$ $\quad [P] = 1W$ für Verbraucher > 0

Scheinleistung: $S = U_{eff} \cdot I_{eff} = \sqrt{P^2 + Q^2} = Z \cdot I_{eff}^2$ $\quad [S] = 1VA$ immer ≥ 0!

Blindleistung: $Q = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin\varphi = X \cdot I_{eff}^2 = -B \cdot U_{eff}^2 = \underbrace{\omega L \cdot I_{eff}^2}_{P=0} = \underbrace{-\omega C \cdot U_{eff}^2}_{P=0,\ Q<0}$ $\quad [Q] = 1VAR$ $\quad$ Leistungsfaktor $\cos\varphi = \frac{P}{S}$

Komplexe Leistung: $\underline{S} = S \cdot \cos\varphi + jS \cdot \sin\varphi = P + jQ = \underline{U}_{eff} \cdot \underline{I}_{eff}^* = \underline{Y}^* \cdot \underline{U}_{eff} \cdot \underline{U}_{eff}^* = Y^* \cdot U_{eff}^2 = (G - jB) \cdot U_{eff}^2 = S \cdot e^{j\varphi} = \underline{Z} \cdot I_{eff}^2$

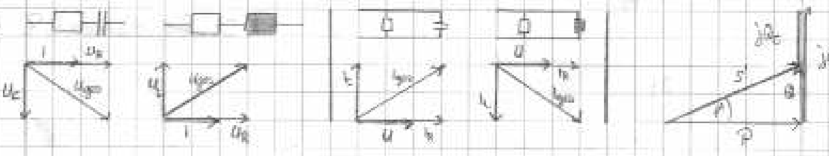
Scheinwiderstand, Impedanz: $\underline{Z} = R + jX = Z \cdot e^{j\varphi} = j\underbrace{\omega L}_{X_L} = -\frac{j}{\underbrace{\omega C}_{X_C}} = \underbrace{R}_{\text{für } R}$ $\quad [Z] = 1\Omega$

Komplexer Leitwert, Admittanz: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{i}}{\underline{u}} = G + jB = Y \cdot e^{-j\varphi} = \frac{-j}{\underbrace{\omega L}_{X_L}} = j\underbrace{\omega C}_{X_C} = G = \frac{1}{\underbrace{R}_{R}}$ $\quad [Y] = 1S$

Wirkleitwert, Konduktanz: $G = \mathrm{Re}\{\underline{Y}\} = Y\cos(-\varphi) = Y\cos(\varphi) = \frac{1}{R}$ $\quad [G] = 1S$

Blindleitwert, Suszeptanz: (+ Kernleitwert) $B = Y\sin(-\varphi) = Y\sin(\varphi) = \mathrm{Im}\{\underline{Y}\} = \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} = \frac{I_{eff}}{U_{eff}}$

Zeigerdiagramme



Grundformeln: $u = L\frac{di}{dt}$, $\quad i = C\frac{du}{dt}$, $\quad u(t) = \hat{u} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u)$, $\quad i(t) = \hat{i} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$, $\quad \underline{u} = \underline{Z} \cdot \underline{i}$

Ersatzimpedanz: $\underline{Z}_{reihe} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(\omega L + \frac{-1}{\omega C})$

Ersatzadmittanz: $\underline{Y}_{\parallel} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$

Reihenschaltung: $\varphi = \arctan\frac{X}{R}$ $\quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

Parallelschaltung: $\varphi = -\arctan\frac{B}{G}$ $\quad Y = \sqrt{G^2 + B^2}$

Teiler-Regeln: $\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}}$, $\quad \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}} = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}}$, $\quad \frac{P_1}{P_{ges}} = \frac{G_1}{G_{ges}}$ $\quad \frac{Q_1}{Q_{ges}} = \frac{B_1}{B_{ges}}$

Momentan-Leistung: $p(t) = S \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) + \underbrace{S \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i)}_{P}$

Umrechnung v. R, X, G, B: $R = \frac{G}{G^2 + B^2}$ $\quad X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$ $\quad G = \frac{R}{R^2 + X^2}$ $\quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$

$I_{eff} = Y_e \cdot U_{eff}$

Resonanzfrequenz $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ allgem.: $\mathrm{Im}\{\underline{Y}\} = 0$ Bandbreite $b = \Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L}$

Güte Serie $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{X_0}{R}$ Resonanz-Spg-überhöhung $Q = \left|\frac{\underline{u}_L}{\underline{u}}\right| = \left|\frac{\underline{u}_C}{\underline{u}}\right|$

$Q = \frac{f_0}{b} = \frac{1}{d}$ Dämpfung

Güte $\parallel$ $Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG} = \frac{B_0}{G}$ Resonanz-/Stromüberhöhung $Q = \left|\frac{\underline{i}_C}{\underline{i}}\right| = \left|\frac{\underline{i}_L}{\underline{i}}\right|$

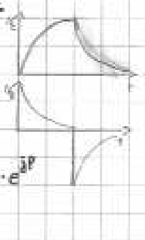
Allgemein $\underline{i} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z}} = \underline{Y} \cdot \underline{u}$ Zeitkonstante $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0}$ $\tau = RC = \frac{1}{\omega_0}$

Leistungsanpassung $\underline{Z}_i = \underline{Z}_a^*$ v $\underline{Z}_i^* = \underline{Z}_a$ Energie $W_L = \frac{1}{2} L i^2$ $W_C = \frac{1}{2} C U^2$

R-L-Kreis $i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ (Einschwingvorgang) $U(t) = L \cdot \frac{dI}{dt}$

RC-Kreis aufladen $u_C(t) = u_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ $i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\parallel$ entladen $u_C(t) = u_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$u_R(t) = u_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ $u_R(t) = -u_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$



RC-Tiefpass wirkt als Integrator $\underline{V} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = |\underline{V}| \cdot e^{j\varphi}$

Grenzfrequenz $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ normierte Frequenz $\Omega = \frac{f}{f_0}$

Amplitudengang $|\underline{V}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^2}}$ Phasengang $\phi = \arctan\left(-\frac{f}{f_0}\right) = -\arctan\frac{f}{f_0}$

$|\underline{V}|_{dB} = 20 \cdot \lg\left(\frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}}\right) = 10 \cdot \lg\left(1 + \Omega^2\right)^{-1}$

RC-Hochpass wirkt als Differenzierer $\underline{V} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Amplitudengang $|\underline{V}| = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$ Phasengang $\phi = \arctan\frac{1}{\omega/\omega_0}$

$|\underline{V}|_{dB} = 20 \cdot \lg|\underline{V}| = 20\lg\frac{\omega}{\omega_0} - 20\lg\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = 20\lg\frac{\omega}{\omega_0} - 10\lg\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$

Zusammenschaltung $\underline{V} = \underline{V}_1 \cdot \underline{V}_2 \cdot \underline{V}_3 \ldots$ Verstärkung $|\underline{V}|_{dB} = 20\lg\left(|\underline{V}_1| \cdot |\underline{V}_2| \cdot |\underline{V}_3|\right) = |\underline{V}_1|_{dB} + |\underline{V}_2|_{dB} + |\underline{V}_3|_{dB}$

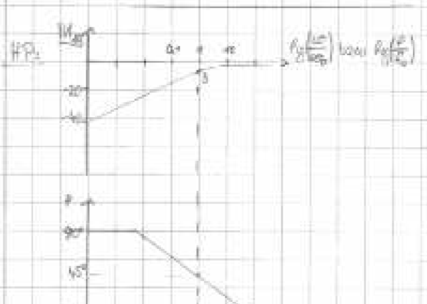
Phase $\underline{V} = e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\varphi_2} \cdot e^{j\varphi_3} = e^{j(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)}$

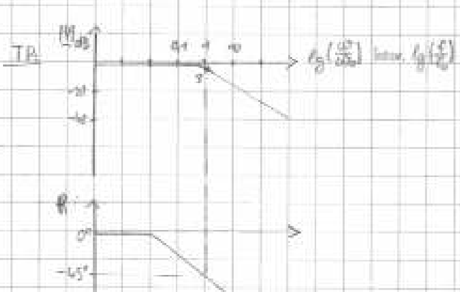
Resonanzfall $\underline{Y}_e = j\omega C + \frac{1}{R_p + R_L + j\omega L} \cdot \frac{R_p + R_L - j\omega L}{R_p + R_L - j\omega L} = \frac{R_p + R_L}{N} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{N}\right)$ $N = \left((R_p + R_L)^2 + (\omega L)^2\right)$

-> Im Resonanzfall verschwindet der Imaginärteil!

Amplitudengang

Phasengang





Grundlagen der komplexen Rechnung

Darstellung	R-Form $\underline{r} = a + jb$ P-Form $\underline{r} = r \cdot e^{j\varphi}$
Transformation	$r = \sqrt{a^2+b^2}$ $\varphi = \arctan \frac{b}{a}$; $a = r \cdot \cos\varphi$ $b = r \cdot \sin\varphi$
Konjugiert Komplex	$\underline{r}^* = a - jb = r \cdot e^{-j\varphi}$ Euler $a + jb = r \cdot e^{j\varphi}$
Addition	$\underline{r}_1 + \underline{r}_2 = (a_1 + jb_1) + (a_2 + jb_2) = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$
Subtraktion	$\underline{r}_1 - \underline{r}_2 = (a_1 + jb_1) - (a_2 + jb_2) = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$
Multiplikation	$\underline{r}_1 \cdot \underline{r}_2 = (r_1 \cdot e^{j\varphi_1})(r_2 \cdot e^{j\varphi_2}) = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{j(\varphi_1+\varphi_2)}$ jede Multiplikation mit j dreht um $\frac{\pi}{2}$ weiter
Division	$\frac{\underline{r}_1}{\underline{r}_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$
Potenzieren	$\underline{r}^n = (r \cdot e^{j\varphi})^n = r^n (e^{j\varphi})^n = r^n \cdot e^{jn\varphi}$
Sonderfall	$\underline{r} \cdot \underline{r}^* = r \cdot e^{j\varphi} \cdot r \cdot e^{-j\varphi} = r^2$ $r = \lvert\underline{r}\rvert = \sqrt{\underline{r} \cdot \underline{r}^*} = \sqrt{r^2}$
Komplexe Spg	$\underline{u}(t) = \hat{u} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_0)} = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_0) + j\hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ -> $u(t) = \mathrm{Re}\{\underline{u}(t)\} = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_0)$
	$-\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Leistungskompensation 1) $\cos\varphi = \frac{P}{S}$ $P_i = R_i \cdot i_v^2$ -> $S_v = u \cdot i_v = \frac{P_v}{\cos\varphi_v}$ -> Verlust in R_i der treibenden Quelle.

$P_{iK} = R_i \cdot i_K^2$ -> $S_K = u \cdot i_K = \frac{P_v}{\cos\varphi}$ -> $\frac{P_i}{P_{iK}} = \frac{i_v^2}{i_K^2} = \left(\frac{P_v}{u \cos\varphi_v}\right)^2 \left(\frac{u \cos\varphi}{P_v}\right)^2$

2) $Q_C = -(Q_L + Q)$ $\tan\varphi = \frac{Q_L}{P}$ -> $Q_L = P \cdot \tan\varphi$