

# Elektrische Filter und Schwingkreise

## Laborbericht Für Labor Physik und Grundlagen der Elektrotechnik SS 2003

Erstellt von: G. Schley, B. Drollinger  
Mat.-Nr.: 290933, 291339  
Datum: 13.05.2003

# 1 Inhalt

1	Inhalt .....	2
2	Einleitung .....	3
2.1	Wechselstromlehre.....	3
2.2	Eigenschaften von R,L und C bei Wechselstrom .....	4
2.2.1	Widerstand R / Wirkwiderstand .....	4
2.2.2	Spule L / Induktiver Blindwiderstand.....	4
2.2.3	Kondensator C / kapazitiver Blindwiderstand.....	5
2.3	Filter und Schwingkreise.....	5
2.3.1	Filter .....	5
2.3.2	Schwingkreis.....	6
3	Versuche .....	7
3.1	Wechselstromwiderstand .....	7
3.2	RC-Filter .....	8
3.2.1	RC-Tiefpass - Frequenzabhängigkeit .....	8
3.2.2	RC-Tiefpass - mit Rechtecksignalen .....	8
3.2.3	RC-Tiefpass - Integrierglied.....	11
4	Anpassung von Filtern .....	11
5	LC-Filter .....	13
6	Bandpass .....	14
7	Diagramme und Tabellen.....	15
8	Literatur .....	17
9	Anhang.....	17

## 2 Einleitung

### 2.1 Wechselstromlehre

Definition:

Eine Wechselspannung ist eine mittelwertfreie Spannung, deren Größe und Richtung sich periodisch mit der Zeit ändert.

Ein Wechselstrom ist ein mittelwertfreier Strom, dessen Größe und Richtung sich periodisch mit der Zeit ändert.

Die Periodendauer heißt  $T$ . Der Kehrwert der Periodendauer heißt Frequenz  $f$ .

Allgemein gilt:  $i(t) = i(t + n \cdot T)$   $n$  ist eine beliebige ganze Zahl

Eine Sonderstellung unter den Kurvenfunktionen nimmt die Sinus- bzw. Cosinusfunktion ein.

Bei der Addition/Subtraktion von Funktionen mit gleicher Periodendauer entsteht keine neue Kurvenform.

Daher werden sinus- bzw. cosinusförmige Wechselspannungen und Ströme häufig verwendet.

Ein weiterer Vorteil ist, daß man sämtliche periodische Vorgänge mittels Fourier in eine Sinus- bzw. Cosinusfunktion darstellen kann.

Sinusspannung:  $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(2\pi \cdot ft) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Cosinusspannung:  $u(t) = \hat{u} \cdot \cos(2\pi \cdot ft) = \hat{u} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

$\hat{u}$  heißt Scheitelwert oder Amplitude  $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$  heißt Kreisfrequenz und hat die Einheit  $\frac{1}{s}$ .

Der arithmetische Mittelwert welcher bei einer periodischen, reinen Wechselschwingung gleich null wird lässt sich allgemein nach folgender Formel berechnen:

$$\bar{i} = \frac{1}{T} \int i(t) dt$$

Der Betrag des Gleichrichtwertes ist gleich der Fläche unter der Kurve:

$$|\bar{i}| = \frac{1}{T} \int |i(t)| dt$$

Der Effektivwert lässt eine Aussage über die in der Wechselgröße enthaltene Leistung zu.

$$i_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int (i(t))^2 dt}$$

## 2.2 Eigenschaften von R,L und C bei Wechselstrom

### 2.2.1 Widerstand R / Wirkwiderstand

An einem Widerstand wird elektrische Energie in nichtelektrische Energie (Wärmeenergie) umgewandelt. Hierbei kommt es nicht darauf an ob sich der Widerstand in einem Gleich- oder Wechselstromkreis befindet. Das bedeutet, dass für einen Widerstand im Wechselstromkreis die gleichen Gesetze wie die eines Widerstandes im Gleichstromkreis gelten.

Die elektrische Spannung  $u$  und die elektrische Stromstärke  $i$  sind bei einem Wirkwiderstand in Phase.

Der Wirkwiderstand oder auch ohmscher Widerstand berechnet sich wie folgt:

$$R = \frac{U}{I} \quad \text{und hat die Einheit} \quad \frac{V}{A} = \Omega$$

### 2.2.2 Spule L / Induktiver Blindwiderstand

Im Gegensatz zu einer Spule (mit vernachlässigbarem Wirkwiderstand) in einem Gleichstromkreis, besitzt eine Spule im Wechselstromkreis einen beträchtlichen Widerstand, den sogenannten „induktiven Blindwiderstand“. Die Ursache hierfür ist die Induktivität der Spule. Durch ständige Änderung des Stromflusses ändert sich auch laufend der magnetische Fluss in der Spule. Dieser ruft eine Selbstinduktionsspannung hervor.

Da gilt:

$$i = I_{\max} \sin \omega \cdot t \quad \text{und} \quad u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

Folgt daraus:

$$u = \omega L I_{\max} \cos(\omega \cdot t) = \omega L I_{\max} \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{\max} \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Daraus ist abzulesen, dass die Spannung  $u$  bei einem reinen (mit vernachlässigbarem Wirkwiderstand) induktiven Blindwiderstand der Stromstärke  $i$  um eine Viertelperiode ( $90^\circ$ ) vorausleitet.

Da  $U_{\max} = \omega L I_{\max}$  ist, und man den Widerstand mit  $\frac{U}{I}$  berechnet ergibt sich als Formel für den induktiven

Widerstand:

$$R_{sp} = \omega L$$

Für  $R_{sp}$  wird eine neue Bezeichnung eingeführt:  $R_{sp} = X_L$

Man schreibt also für den **induktiven Widerstand**:  $X_L = \omega L$

## 2.2.3 Kondensator C / kapazitiver Blindwiderstand

Ein Kondensator in einem Gleichstromkreis wird lediglich aufgeladen und sperrt anschließend den Stromfluss. Bei einem Kondensator im Wechselstromkreis wird der Kondensator beim Anwachsen der Spannung der Kondensator geladen und beim Abklingen wieder entladen.

Somit fließt ein momentaner Strom durch den Kondensator von: 
$$i = \frac{dQ}{dt}$$

Ist die angelegte Spannung  $i = I_{\max} \sin \omega \cdot t$ ,

folgt daraus: 
$$i = \omega \cdot CU_{\max} \cos \omega \cdot t = \omega \cdot CU_{\max} \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}) = I_{\max} \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

Daraus ist abzulesen, dass der Strom **i** bei einem reinen (mit vernachlässigbarem Wirkwiderstand) kapazitiven Blindwiderstand der Spannung **u** um eine Viertelperiode (90°) vorausseilt.

Da  $I = \omega \cdot CU$  ist, und man den Widerstand mit  $\frac{U}{I}$  berechnet ergibt sich als Formel für den kapazitiven

Widerstand: 
$$R_{KO} = \frac{1}{\omega C}$$

Für  $R_{KO}$  wird eine neue Bezeichnung eingeführt:  $R_{KO} = X_C$

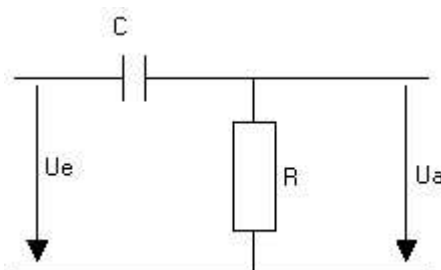
Man schreibt also für den **kapazitiven Widerstand**: 
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

## 2.3 Filter und Schwingkreise

### 2.3.1 Filter

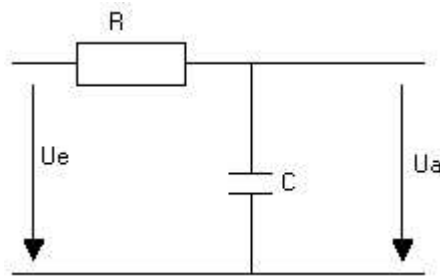
Für den Laborversuch **Elektrische Filter und Schwingkreise** sind der Tief-, Hoch – und der Bandpass von Bedeutung. Diese Schaltungen werden mithilfe Widerständen und Kondensatoren realisiert.

- Ein Hochpass ist eine Schaltung, die hohe Frequenzen unverändert überträgt und bei tiefen Frequenzen eine Abschwächung und Phasenverschiebung bewirkt.

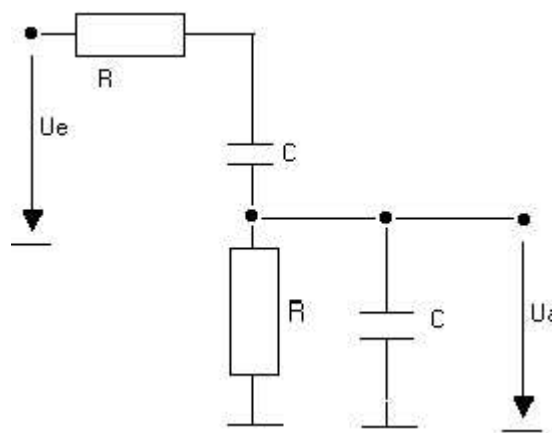


## El. Filter und Schwingkreise

- Ein Tiefpass ist eine Schaltung, die tiefe Frequenzen unverändert überträgt und bei hohen Frequenzen eine Abschwächung und Phasenverschiebung bewirkt.



- Ein Bandpass ist eine Reihenschaltung eines Hoch- und eines Tiefpasses. Seine Ausgangsspannung wird für hohe und tiefe Frequenzen null.



### Filter 2 Ordnung

Unter Filter 2.Ordnung versteht man eine Anordnung mit zwei komplexe Anteilen (z.B. Bandpass und Bandsperre). Ein Filter 2. Ordnung besitzt eine obere und eine untere Grenzfrequenz.

### 2.3.2 Schwingkreis

Unter einem Schwingkreis versteht man die Hintereinanderschaltung (seriell/parallel) eines Kondensators C, einer Spule L und gegebenenfalls eines ohmschen Widerstandes.

Sind die beiden Imaginärteile von L und C betragsmäßig gleich groß, heben sie sich auf und es liegt Resonanz vor.

Die Resonanzfrequenz läßt sich bei idealen Schwingkreisen folgendermaßen ermitteln:

$$f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{LC}}$$

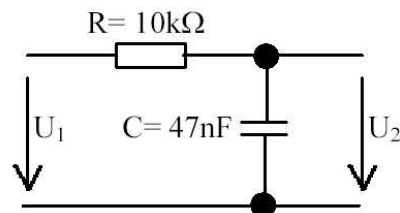
## 3 Versuche

### 3.1 Wechselstromwiderstand

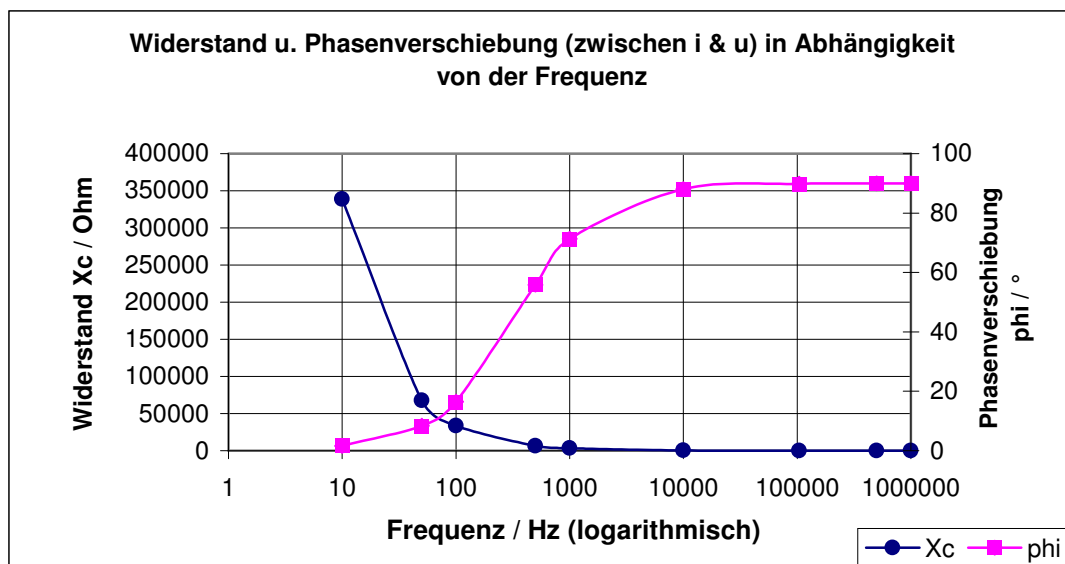
Zu bestimmen war der Wechselstromwiderstand eines Kondensators im Frequenzbereich 10 Hz - 1 MHz. Gemessen wurde dies in einer RC-Schaltung (entspricht Tiefpass). Dabei wurde die Spannung 'vor und hinter' dem Widerstand R gegen Masse gemessen. Hieraus war der Strom zu bestimmen. Hierzu wurde verwendet:

Steckplatine  
Widerstand  $R = 10\text{ k}\Omega$   
Kondensator  $C = 47\text{ nF}$

Schaltplan des Tiefpasses:



In folgendem Diagramm ist der Widerstand und die Phasenverschiebung (zwischen  $i$  und  $u$ ) in Abhängigkeit von der Frequenz angegeben. (Messwerte siehe 7. Diagramme und Tabellen - Abb. 7.1)



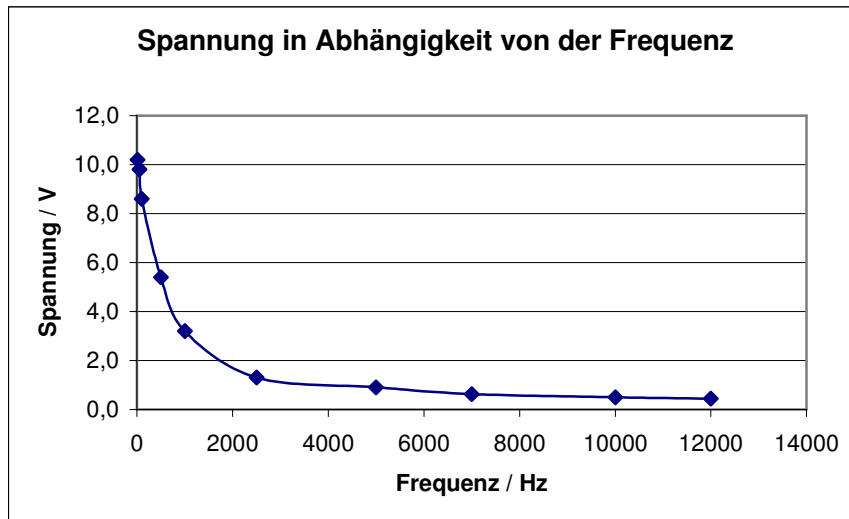
Mit zunehmender Frequenz nimmt der kapazitive Widerstand  $X_c$  ab. Die Phasenverschiebung hingegen nimmt mit zunehmender Frequenz zu, bis eine Phasenverschiebung von  $90^\circ$  eintritt. (siehe auch 2.2.3) Das Diagramm bestätigt somit sehr deutlich die Theorie.

## 3.2 RC-Filter

### 3.2.1 RC-Tiefpass - Frequenzabhängigkeit

Zu messen war die Frequenzabhängigkeit von Amplitude und Phase eines RC-Tiefpasses mit Sinusschwingungen. Anschließend waren die Ergebnisse in ein Diagramm zu zeichnen (Abb. 3.2.1.1) und die 3-dB- Grenzfrequenz  $f_g$  zu ermitteln. (Messwerte **7. Diagramme und Tabellen** Abb. 7.2)

Abb. 3.2.1.1



Grenzfrequenz  $f_g$  bei 3dB: 
$$U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}} = 7,21V$$

Ermittelt man die Frequenz bei 7,21 V so erhält man eine Frequenz von etwa 330 Hz. Der gemessene Wert stimmt im Rahmen der Zeichengenauigkeit mit dem berechneten Wert von 339 Hz überein.

### 3.2.2 RC-Tiefpass - mit Rechtecksignalen

Zu betreiben war der obigen Filter mit Rechtecksignalen der Frequenzen  $\frac{f_g}{5}$ ,  $f_g$ ,  $5 \cdot f_g$  und anschließend das Ergebnis auszudrucken.



## EI. Filter und Schwingkreise

Abb. 3.2.2.1

$$\frac{f_g}{5} = 67,7\text{Hz} :$$

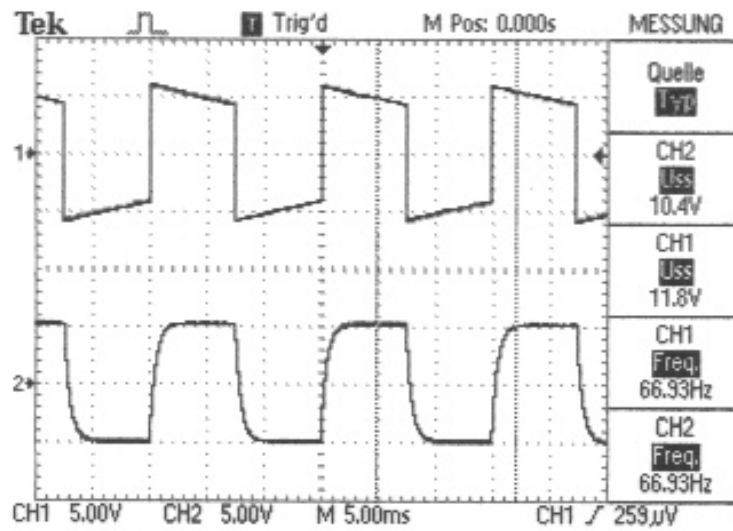
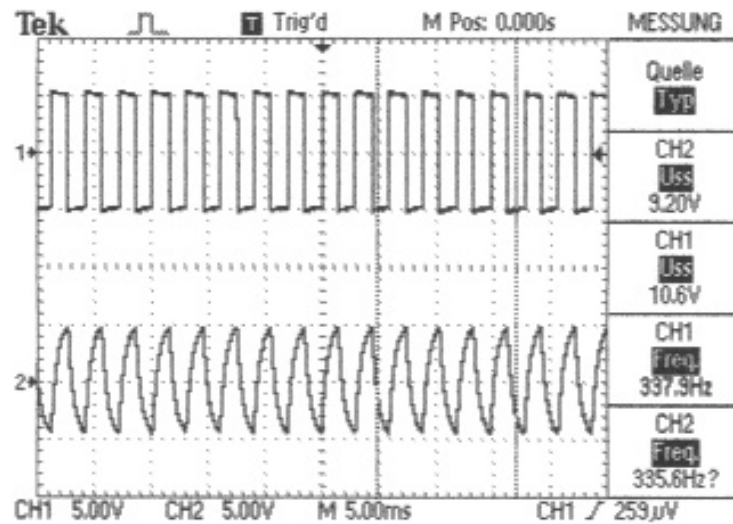


Abb. 3.2.2.2

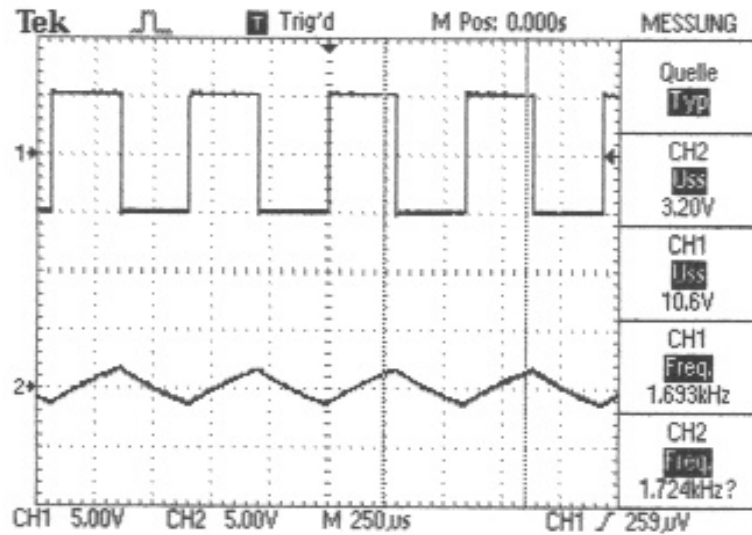
$$f_g = 338,6\text{Hz} :$$



El. Filter und Schwingkreise

Abb. 3.2.2.3

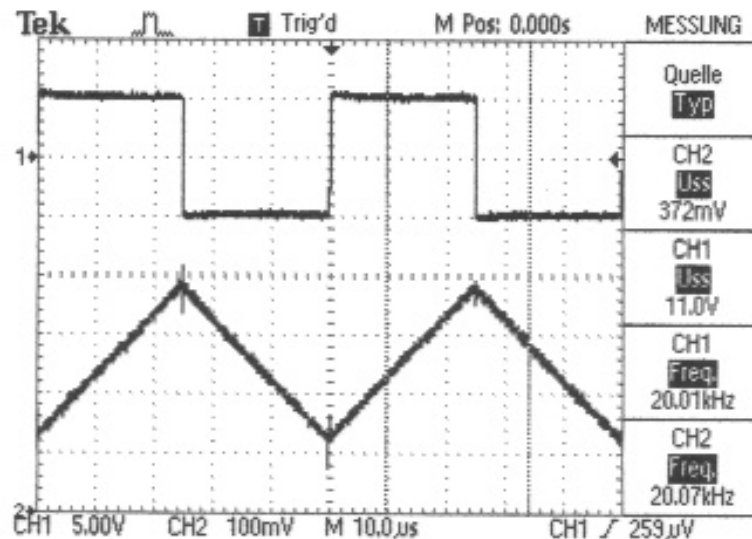
$$5 \cdot f_g = 1693,1\text{Hz} :$$



### 3.2.3 RC-Tiefpass - Integrierglied

Zu betrachten war ein Tiefpass als Integrierglied und anschließend das Ergebnis für eine geeignete Frequenz (hier  $f \approx 20\text{kHz}$ ) auszudrucken.

Abb. 3.2.3.1



Ist die angelegte Frequenz wesentlich größer als die Grenzfrequenz gilt:

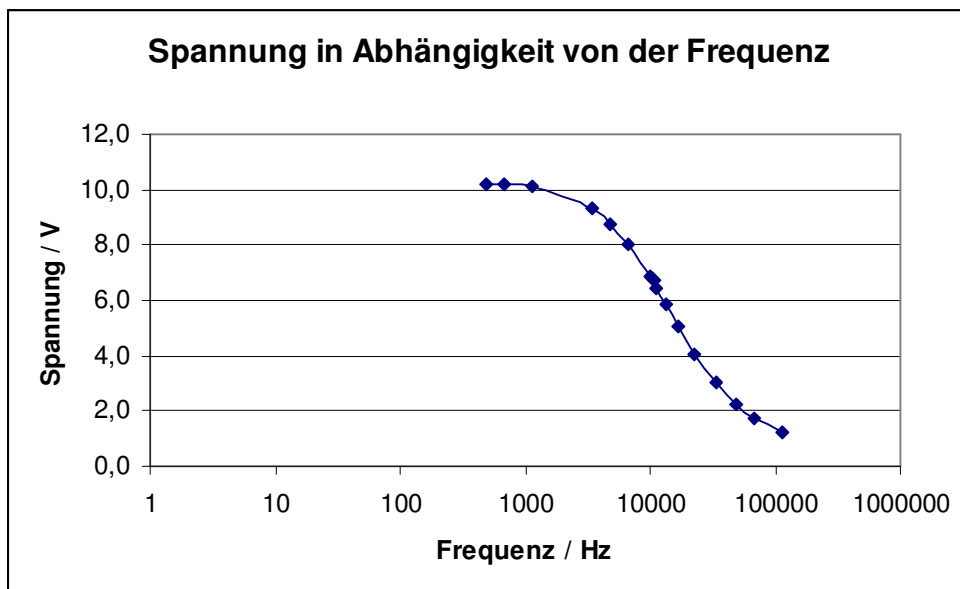
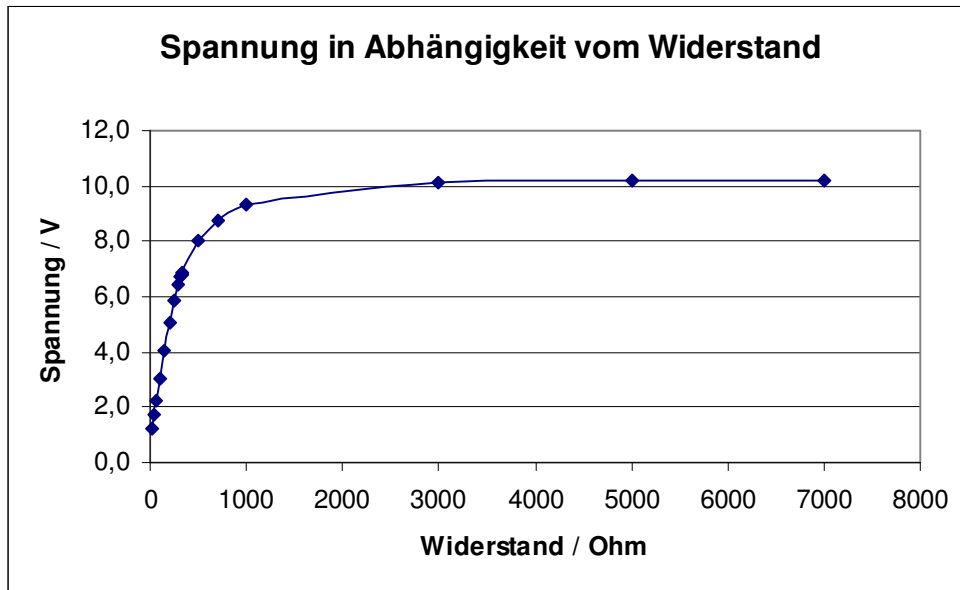
$$u_a = \frac{1}{RC} \int u_e dt$$

In diesem Frequenzbereich wirkt die Schaltung als Integrierglied. Dazu macht man die Zeitkonstante  $RC$  ausreichend groß, damit der zeitabhängige Anteil verschwindet, und die Ausgangsspannung wird gleich dem arithmetischen Mittelwert der Eingangsspannung.

## 4 Anpassung von Filtern

Es wurde ein Hochpass mit einer R-Dekade aufgebaut und eine Grenzfrequenz von 10 kHz am Frequenzgenerator eingestellt. Verifizieren Sie dies durch Messung der frequenzabhängigen Amplitude (vernünftige Intervalle wählen).

## El. Filter und Schwingkreise



Der Hochpaß wird an die Grenzfrequenz  $f_g = 10\text{kHz}$  angepasst, indem man zuerst das zugehörige  $R$  berechnet. Mit Hilfe der Gleichung  $R = \frac{1}{2\pi \cdot f_g \cdot C}$  ergibt sich für  $R$  ein Wert von  $337,3\Omega$ .

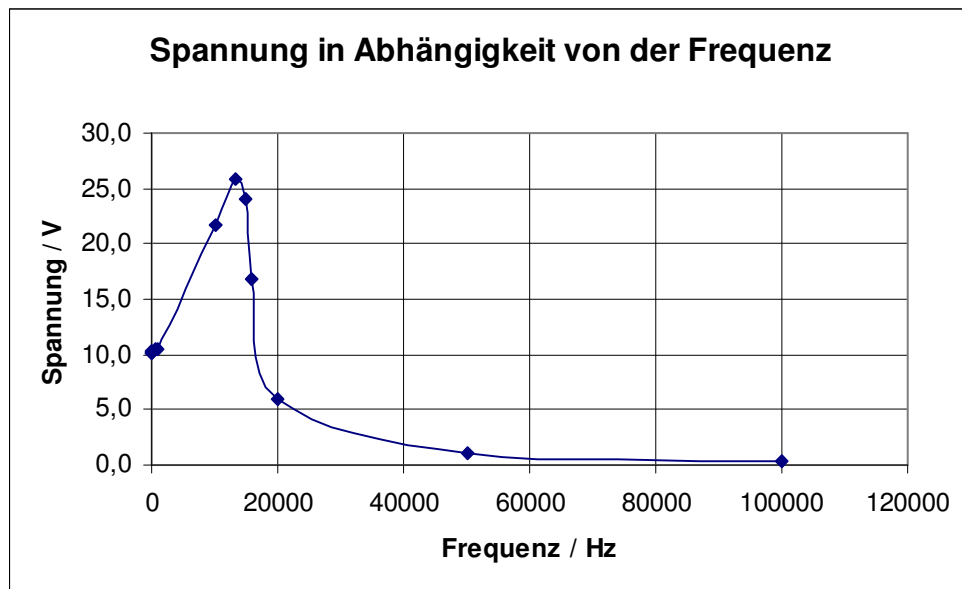
Ermittelt man nach  $U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}}$  die Spannung  $U_2$  erhält man  $U_2 = 6,79\text{V}$ . Anhand des Diagramms

„Spannungen in Abhängigkeit von der Frequenz“ liest man für eine Spannung von  $6,79\text{V}$  die Grenzfrequenz von ca.  $10\text{kHz}$  ab. Dies bestätigt unsere theoretischen Vorüberlegungen bei der Bauteildimensionierung.

## 5 LC-Filter

Durchzuführen waren Messungen wie in 3.2.1 und 3.2.2 (ohne Ausdruck) einem LC-Tiefpass. Der Wert der Spule wurde mithilfe einer L-Dekade auf 3mH eingestellt. Es wurde ein Kondensator mit 47 nF verwendet. Zu bestimmen war die Grenzfrequenz. (Messwerte **7. Diagramme und Tabellen** Abb. 7.3)

Abb. 5.1



Bestimmung der Grenzfrequenzen: 
$$f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{LC}}$$

Verwendete Größen:

$$L = 3mH$$

$$C = 47nF$$

Durch einsetzen in die Formel erhält man die folgende Grenzfrequenz  $f_g = 13400Hz$ .

Daraus folgt für  $\frac{f_g}{5} = 2680Hz$  und  $5 \cdot f_g = 67000Hz$ .

Anhand der Abb. 5.1 kann man sehr gut die Eigenschaften eines Tiefpasses erkennen, der die niedrigen Frequenzen durchlässt und die hohen Frequenzen sperrt.

## 6 Bandpass

Mithilfe einer Steckplatine, 2 Kondensatoren (je 47nF), Widerstand R1 (4,7 kΩ) und einem Widerstand R2 (10 kΩ) wurde ein Bandpass aufgebaut und der Frequenzgang vermessen (Messwerte **7. Diagramme und Tabellen** Abb. 7.4).

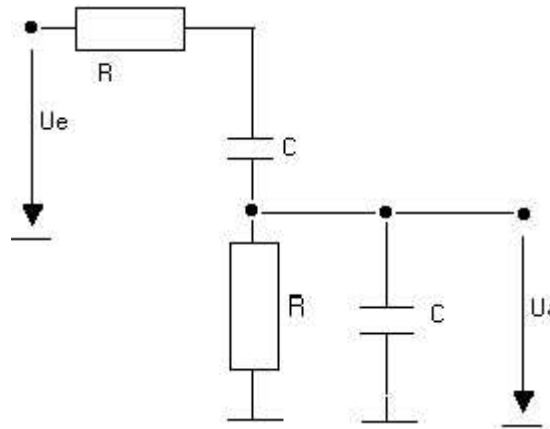
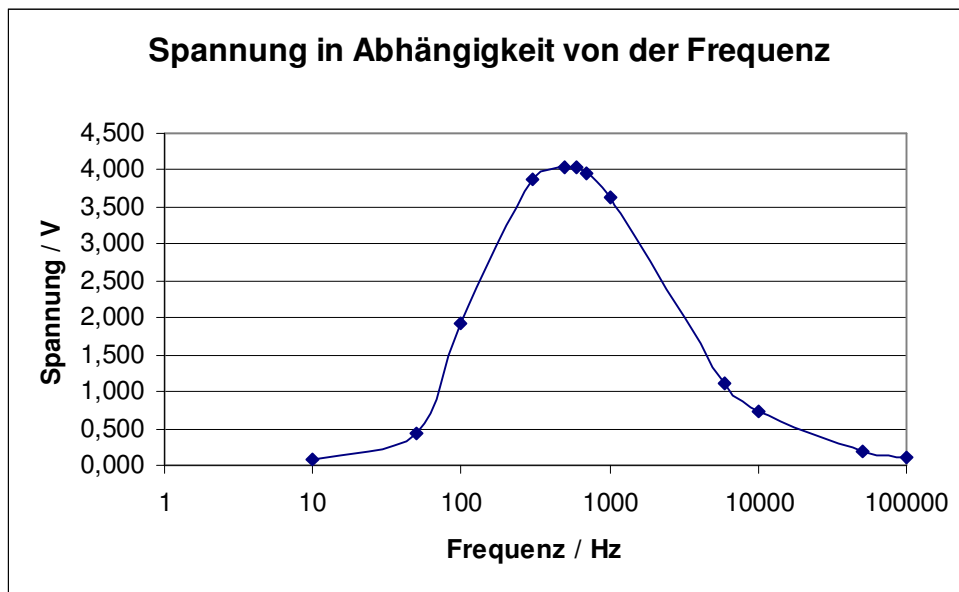


Abb. 6.1



Die errechnete Resonanzfrequenz errechnet sich allgemein durch die Formel:  $f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi RC}$

Daraus ergibt sich für die untere Grenzfrequenz  $f_{g1} = 338,6Hz$  und für die obere  $f_{g2} = 720,5Hz$

Die 3dB – Bandbreite ergibt sich aus  $f_{g2} - f_{g1} = 381,9Hz$

Dem Schaubild Abb. 6.1 kann man die Charakteristik des Bandpasses gut entnehmen. Dieser vereint die Eigenschaften des Hoch- und Tiefpasses und sperrt sowohl die niedrigen als auch die hohen Frequenzen.

## 7 Diagramme und Tabellen

Abb. 7.1

1. Wechselstromwiderstand					
f / Hz	U1ss / V	U2ss / V	Xc / Ohm	phi / rad	phi / °
10	14,6	12,2	338627,54	0,02952239	1,69
50	14,6	14,0	67725,51	0,14659562	8,40
100	14,6	13,4	33862,75	0,28714824	16,45
500	14,6	7,8	6772,55	0,97549906	55,89
1000	14,6	4,4	3386,28	1,24428858	71,29
10000	14,6	0,600	338,63	1,53694651	88,06
104000	15,2	0,400	32,56	1,5675403	89,81
500000	15,0	0,400	6,77	1,57011907	89,96
1000000	14,4	0,300	3,39	1,5704577	89,98

Abb. 7.2

2. RC-Filter	
f / Hz	U2ss / V
10	10,2
50	9,8
100	8,6
500	5,4
1000	3,2
2500	1,300
5000	0,9
7000	0,630
10000	0,500
12000	0,440

Abb. 7.3

4. LC-Filter	
f / Hz	U <sub>2ss</sub> / V
10	10,2
50	10,2
101	10,3
500	10,4
1000	10,4
10000	21,6
13400	25,8
14900	24,0
16000	16,8
20000	6,0
50000	1,0
100000	0,4

Abb. 7.4

5. Bandpass	
f / Hz	U <sub>2ss</sub> / V
10	0,080
50	0,440
100	1,92
300	3,88
500	4,04
600	4,04
700	3,96
1000	3,64
6000	1,12
10000	0,720
50000	0,200
100000	0,120



## **8 Literatur**

Gerthsen, Kneser, Vogel – Physik  
Tietze, Schenk – Halbleiterschaltungstechnik  
Linder – Physik für Ingenieure  
Hagmann – Grundlagen der Elektrotechnik

## **9 Anhang**

Messprotokoll  
Ausdrucke