

MT

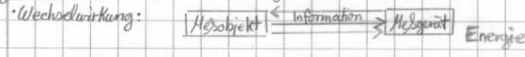
Meßtechnik

Histogramm (Häufigkeitsverteilung): Anzahl Klassen: $K \propto \sqrt{n}$ Anzahl Messungen für mehrere 100 Messungen \rightarrow Gaußverteilung
 Meßeinheit: $G = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [G]$ Phys. Größe = Zahlenwert \cdot Einheit Empfindlichkeit im MP: $E = \frac{dx_a}{dx_e} = K$

SI-System: Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol, Candela

Widerstand (NTC): Widerstand fällt mit steigender Temperatur; TK ist negativ $\alpha = \frac{-B}{T^2}$ Bsp: Temp-Fühler, Spg-stabilisator $R(\Delta T) = R(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$

Statische Meßabweichung \wedge Meßunsicherheiten Voraussetzung für fehlerfreies Messen:



Bestimmungsgemäßer Gerätegebrauch: richtig Ablesen, Meßbereich, Luftfeuchtigkeit, Umgebungstemperatur, Phasenzumphase

Meßabweichung: Differenz zur erhaltenen \wedge als richtig vereinbarten Bezugswert Meßfehler: $e = \text{Istwert } X - \text{Sollwert } Y$

absolute Meßabweichung: $\Delta X = X_a - X_r = \text{angezeigter Wert} - \text{Konventionell richtiger Wert}$

relative Meßabweichung: $\frac{\Delta X}{X_r} = \frac{X_a - X_r}{X_r} = \frac{X_a}{X_r} - 1$

reduzierter Fehler: $\frac{e}{X_{\max} - X_{\min}}$

Meßgeräteklassen (VDE 04-10): Die Klasse gibt den höchstzulässigen relativen Fehler G in Prozent vom Meßbereichsunterwert unter Normalbedingungen an.

Klassengrenzkennlinie: $G = \frac{\Delta X}{X_e} = \frac{\text{Unsicherheit}}{\text{Meßbereichsunterwert}}$
 für Feinmeßgeräte: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 %
 Betriebsmeßgeräte: 1,0; 1,5; 2,5; 5 %

\rightarrow je geringer die Aussteuerung, desto gr. die relative Abweichung! \rightarrow Größtmöglicher Ausschlag!

Systematische Meßabweichung: Ursache für Abweichung ist eigentlich bekannt (nichtlineare Feder, Temperaturabhängigkeit) \rightarrow absoluter \wedge relativer Fehler

Zufällige Meßfehler: hervorgerufen durch nichterfaßbare \wedge nicht beeinflussbare Änderungen der Meßgeräte, des Beobachters \wedge der Umwelt $\rightarrow \bar{x} \wedge \sigma$
 Messung von Gleichgrößen Messung von Wechselgrößen

arith. Mittelwert $\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

Gleichanteil $\bar{x}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot dt$ (arith. Mittelwert) [sin \rightarrow 0]

Varianz $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n (x_p - \bar{x}_w)^2$ (Mß. für Streuung / Breite / Kurve)

Gleichrichtwert $|\bar{x}(t)| = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| \cdot dt$ [sin $\rightarrow \frac{2}{\pi} \hat{u}$]

Standardabweichung $s = \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_p - \bar{x}_w)^2}{n-1}}$

Quadratischer Mittelwert $\bar{x}^2(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) \cdot dt$

$s = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2}\right)^2 \cdot s_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2}\right)^2 \cdot s_2^2}$

Effektivwert $x_{\text{eff}} = x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\bar{x}^2(t)}$

für sin: $x_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

Mittelwerte sind linear, Standardabweichungen quadratisch zu addieren!

Formfaktor: $\frac{x_{\text{eff}}}{|\bar{x}(t)|} = \text{Eff-wert}$ [sin $\rightarrow 1,11$]

wahres Meßgerät $x_w = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n x_p$ $\sum (x_p - x_w) = 0$

Scheitelfaktor: $\frac{\hat{x}}{x_{\text{eff}}}$ [sin $\rightarrow 1,41$]

Effektivwertmessung

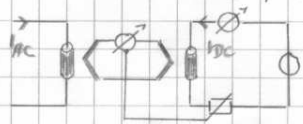
Drehzeuginstrument $I = K \cdot I^2 = K \cdot i^2(t)$ / Effektivwert

Drehpulvinstrument mit Thermoelementer



- 1. Widerstandsdraht, setzt Leistung von $P = \frac{U^2}{R} = \frac{1}{R} \cdot u^2(t)$ um
- 2. Thermoelement, erzeugt $U \sim i$; wandelt el. \sim in thermische Leistung um
- 3. Drehspulinstrument

Wechselstrom-Gleichstrom-Komparator



$i_{DC} = i_{AC, \text{eff}} = i_{\text{eff}}$

„RMS-to-DC-converter“

Mathe:

$\int \sin(ax) \cdot dx = -\frac{\cos(ax)}{a}$ | $\sin^2(x) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2x))$

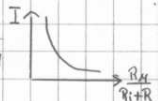
$\int \cos(ax) \cdot dx = \frac{\sin(ax)}{a}$ | $\cos^2(x) = \frac{1}{2} (1 + \cos(2x))$

HT

Messung von Gleichstrom & Gleichspg

Strommessung:

$I_M = \frac{U}{R + R_i + R_M}$ (Strom ohne/mit Meßgerät) \rightarrow Kurzschlußstrom: $I_K = (1 + \frac{R_i + R}{R_i}) I_M = \frac{U}{R_i + R_M}$



Prozentrage: $\frac{I_M}{I} = \frac{R_i + R}{R_i + R + R_M} = \frac{1}{1 + \frac{R_M}{R_i + R}}$

$R_M \ll R_i$, gilt nur für Gleichstrom ($R_M = 0$)

Digitale MT: Spg-abfalls-Messung über Shunt (KL Meßwiderstand zur Strommessung) \rightarrow Erwärmung

Spg-messung

$U_q = (R_M + R_i) \cdot I$ $\frac{U_M}{U_q} = \frac{R_M \cdot I}{(R_M + R_i) \cdot I} = \frac{R_M}{(R_M + R_i)}$ $R_M \rightarrow \infty$

Innenwiderstandsmessung:

1) Messung von Leerlaufspg $\hat{=}$ Kurzschlußstrom $R_i = \frac{U_q}{I_K}$

2) Strom bei Änderung von R_M (2 Werte): $\frac{I_M}{I} = \frac{1}{1 + \frac{R_M}{R_i}}$ Auflösen nach $I_K \hat{=} R_i$ $U_q = R_i \cdot I_K$
• variabler R_M vor Strommeßgerät schalten; R_M so verändern, daß $\frac{I_K}{2}$ gemessen wird $R_i = R_M + R_M = R_M$

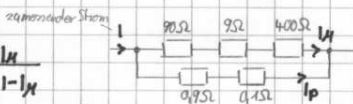
3) Messung über Leerlaufspg: Spg bei Änderung von R_M $\frac{U_M}{U_q} = \frac{R_M}{R_M + R_i}$ Auflösen nach U_L, R_i
• U_{Leerlauf} messen; R_M zu Voltmeter schalten; R_M verändern bis $\frac{U_{\text{Leerlauf}}}{2}$ $\rightarrow R_i \approx R_M$

4) Näherungsmethode: U_{Leerlauf} messen; Stromquelle belasten $\wedge U_{\text{bel}} \wedge I_{\text{bel}}$ messen $R_i \approx \frac{U_{\text{Leerlauf}} - U_{\text{bel}}}{I_{\text{bel}}} \rightarrow 2$ Meßgeräte!

Meßbereichserweiterung beim Drehspalinstrument

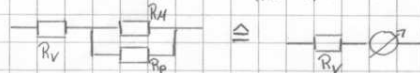
• Strommessung (100mA)

$I = I_M + I_P$ $\frac{R_P}{R_M} = \frac{I_M}{I - I_M} = \frac{I_M}{I - I_M}$



• Spg-messung

$R_V = \frac{U}{I} - \left(\frac{R_P \cdot R_M}{R_P + R_M} \right)$



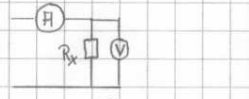
Meßbereichserweiterung (digital): durch den Eingangsbereich des A/D-Wandlers ist der Meßbereich prinzipiell festgelegt

- 1) Meßgröße \gg Meßbereich: Widerstandskette (Spg-Kette)
- 2) Meßgröße \ll Meßbereich: Verstärker (OPV)

Widerstandsmessung

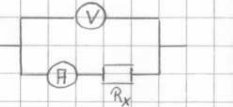
• Stromföhlerschaltung:

Anwendung: $\frac{R_V}{R} > \frac{R}{R_M}$ Keine Korrektur, wenn: $\frac{I_V}{I_M} \leq G_M$ $R_x = \frac{U_V}{I_M - \left(\frac{U_V}{R_V} \right)}$



• Spg-föhlerschaltung:

Anwendung: $\frac{R_V}{R} < \frac{R}{R_M}$ Keine Korrektur, wenn: $\frac{R \cdot I}{U} \leq G_V$ $R_x = \frac{U_V}{I_M} - R_{i,M}$



HL-Diode als Begrenzerschaltung

$I = I_s (e^{\frac{U}{U_T}} - 1)$ Temp-spg $U_T = \frac{k_B \cdot T}{e} \approx 26mV$ bei RT $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$

$U \gg U_T : I = I_s \cdot e^{\frac{U}{U_T}}$
 $U \rightarrow -\infty : I = -I_s$

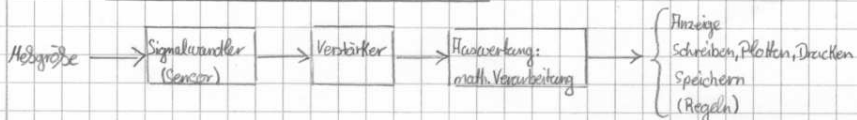
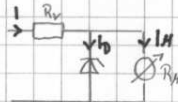
Zenereffekt: $< 5V$, neg. TK \rightarrow bei $5V$: Temperaturstabilität, TK ≈ 0
Lauzeffekt: $> 5V$, pos. TK

Schutzschaltungen vor Überlast

• Strom: Schmelzsicherung

• Überspg: R_V -Z-Diode so auslegen, daß Schaltung nicht abraucht

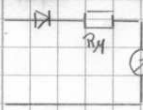
$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$ $R_V = \frac{U_{\text{max}}^2}{P} = \frac{(U_{\text{max}} - U_Z)^2}{P}$



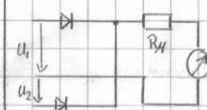
HT

Gleichrichterschaltungen

Einweggleichrichtung

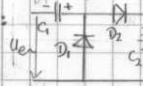


R_L klein \rightarrow Nichtlinearität
 R_L groß \rightarrow bessere Linearität, aber größerer U_d erforderlich!



Zweiweggleichrichter

Vollbrückenschaltung (Kaskadenschaltung)

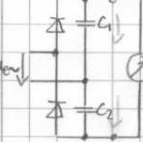


Spg.-verdopplungsschaltung (mit Spitze-Spitze-Wert)

Auslegung: $\tau = RC$ mindestens $10 \cdot T_e$

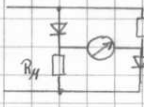
Unbelastet: $U_a = 2 \cdot U_e = \frac{2C_1 + 1/C_2}{f}$ $Q = \frac{Im}{f}$ $U_{SS} = \frac{Im}{f \cdot C_1}$

Dellen-Schaltung (Grauacher-Schaltung)



Spg.-verdopplungsschaltung

Gleichrichtwert mit Brückengleichrichter



Kein Graetzgleichrichter, da sonst 2 Dioden in Signalaufpfad \rightarrow größerer nichtlin. Bereich

Brückenschaltungen

Viertelbrücke:

$U_{br} = \frac{U_0}{2} \left(\frac{\Delta R}{2R + \Delta R} \right) \approx \frac{U_0}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R_x}$

Halbbrücke:

$U_{br} \approx \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R_x}$

Vollbrücke:

$U_{br} = U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R_x}$

2 Verfahren:

- Kompensation (genaue Best. v. Festwertwiderständen)
- Ausschlagverfahren (sich ändernde Widerstände) \rightarrow Diagonalspg $\neq 0$

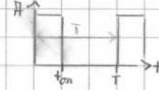
Signale

Tastgrad:

$D \approx \frac{t_{on}}{T}$

$t_{on} = \frac{T - \text{Bildüberholzeit}}{\text{Auflösung}}$

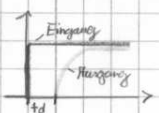
Amplitude: $R = M \cdot DC$ (Tastgrad)



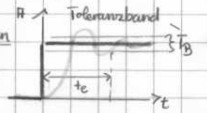
Teilpassverhalten

$f_g \approx \frac{1}{3 \cdot t_r}$ Anstiegszeit

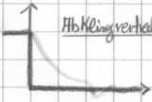
Delay, Totzeit t_d



Einschwingverhalten
Einschwingzeit t_e



Abklingverhalten: analog zu Einschwingverhalten



Wechselstrombrückenschaltung

Abgleichbedingungen

Betrag: $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}$

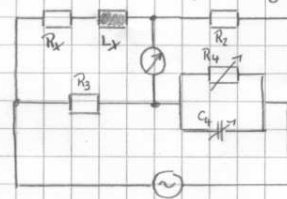
Phase: $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_4$

Abgleichbedingungen möglich, wenn:

- \rightarrow gleichartige, komplexe Widerstände in benachbarten Zweigen Z_1, Z_2 Z_3, Z_4
- \rightarrow ungleichartige, komplexe Widerstände in gegenüberliegenden Zweigen Z_1, Z_3 Z_2, Z_4

gleichartig: Komplexe Widerstände sind gleichartig, wenn ihre Blindanteile das gleiche Vorzeichen haben

Maxwell-Wien-Meßbrücke:



Induktivität L_x \wedge Verlustwiderstand R_x einer Spule wird bestimmt

$Z_x = R_x - j\omega L_x$

$Z_4 = \frac{1}{R_4 + j\omega C_4}$

$\varphi_1 = \varphi_x = \arctan\left(\frac{\omega L_x}{R_x}\right)$ $\varphi_4 = -\arctan(\omega R_4 \cdot C_4)$ $\varphi_2 = \varphi_3 = 0$

$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4}$ $L_x = R_2 \cdot R_3 \cdot C_4$ \rightarrow frequenzunabhängig!
 \rightarrow wenn kein ω enthalten ist!

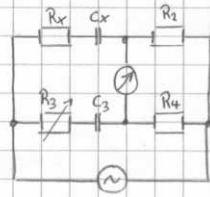
$jX_L = j\omega L$ $jX_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$

• Summe d. Real- \wedge Imaginärteile müssen auf jeder Seite gleich sein!

HT

Kapazitätsmeßbrücke nach Wien

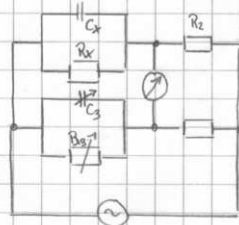
serielle Ersatzschaltung



Kapazität C_x \wedge Verlustwiderstand R_x eines Kondensators

$$Z_x = R_x + \frac{1}{j\omega C_x} \quad Z_3 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \quad \rightarrow R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} \quad C_x = \left(\frac{R_4}{R_2}\right) \cdot C_3$$

parallele Ersatzschaltung



$$Y = \frac{1}{R_x} + j\omega C_x$$

$$Z_x = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_x}\right) + j\omega C_x} \quad Z_3 = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_3}\right) + j\omega C_3}$$

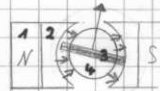
$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} \quad C_x = \frac{R_4}{R_2} \cdot C_3$$

Drehpalmesgenheit:

Messgröße

Flußlenkung = Rückstellmoment

$$F \cdot N \cdot B \cdot l = c \cdot \alpha \quad \text{Federkonstante}$$



1. Magnet
2. Polbohrung
3. Drehspule
4. Kern aus Weicheisen

Elektrodynamischer Meßwert:

$$\alpha = \frac{\mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot I_1 \cdot I_2}{a \cdot c}$$

1. feststehende, von I_1 durchflossene Spule mit Eisenkern
2. bewegliche von Strom I_2 durchflossene Spule

für Leistungsmessung:

$$\alpha = \frac{\mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot I_1 \cdot I_2}{a \cdot c \cdot R_V} \cdot P$$



Drehspulinstrument



systematischer Fehler

$$\frac{F}{R_x} = \frac{\Delta X_V}{U_V} + \frac{\Delta X_H}{I_H} = \frac{G_V \cdot X_{e,V}}{U_V} + \frac{G_H \cdot X_{e,H}}{I_H}$$

Quantisierungsfehler \wedge digitale Beofffehler:

$$|e_q| = \frac{x_{max} - x_{min}}{n} = \frac{10 - 0}{256} \approx 40 \text{ mV} \rightarrow \pm 20 \text{ mV Meßfehler}$$

Bei ADC kommt noch Linearisierungsfehler (unterschiedl. Breite der Bits) hinzu.