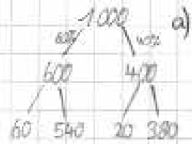
<u>Lsg der Aufgabe:</u>



a) $P(D) = \frac{60+20}{1000} = 0{,}6 \cdot 0{,}1 + 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}08$

$= P(I) \cdot P(D|I) + P(II) \cdot P(D|II)$

b) $P(I|D) = \frac{60}{80} = 0{,}75 \quad \frac{P(D|I) \cdot P(I)}{P(D)} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}1}{0{,}08}$

Zufallsvariablen X

Fkt, die jedem Elementarereignis eine reelle Zahl zuordnet

- diskrete Zufallsvariablen
- stetige Zufallsvariablen

Diskret: Bsp: Würfeln X

„Laplace-Würfel"

1
2
3
4
5
6

$P(X=1) = \frac{1}{6} \quad P(X=i) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{für } i=1,2,3,4,5,6 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ „WS-Fkt"

WS-Fkt: $WB = [0,1]$; Def: $\mathbb{R} \cdot \Sigma P_i = 1$

Bsp: Wir konstruieren einen Würfel, so daß er nicht mehr einem Laplace-Würfel entspricht. Die WS eine 2 zu würfeln ist doppelt so groß, wie die WS eine 1 zu werfen. Die WS eine 3 zu werfen ist doppelt so gr. wie die WS eine 2 zu werfen. -> WS von 6?

$P(X=1) = a$
$P(X=2) = 2a$
$P(X=3) = 4a$
$P(X=4) = 8a$
$P(X=5) = 16a$
$P(X=6) = 32a$

$\rightarrow 63a = 1$

$P(X=i) = \begin{cases} \frac{1}{63} & \text{für } i=1 \\ \frac{2}{63} & i=2 \\ \frac{8}{63} & i=3 \\ \frac{4}{63} & i=4 \\ \frac{5}{63} & i=5 \\ \frac{6}{63} & i=6 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

! wichtig

Verteilungsfunktion $F(x)$

$F(x) = P(X \leq x)$ z.B. $F(4) = P(X \leq 4) = \sum_{i=1}^{4} P_i = \sum_{i=1}^{4} P(X=i)$

$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{i=0}^{x} P_i$ „kumulierte WS"

$0 \leq F(x) \leq 1 \quad = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

$F(4) = \frac{1}{63} + \frac{2}{63} + \frac{4}{63} + \frac{8}{63} = \frac{15}{63}$

__Erwartungswert__ $E(X), \mu$ Durchschnittlicher Gewinn

1) $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P_i = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \frac{1}{6} = \underline{3{,}5}$

2) $E(X) = 1 \cdot \frac{1}{63} + 2 \cdot \frac{2}{63} + 3 \cdot \frac{4}{63} + \ldots 6 \cdot \frac{32}{63} = \underline{5{,}09}$

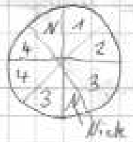
__Varianz__ $V(X), \sigma^2$ Durchschnittl. quadr. Abweichung

$\sigma^2 = V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P_i$

$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot P_i - \mu^2$ z.B. $= 1^2 \cdot \frac{1}{6} + 2^2 \cdot \frac{1}{6} + 3^2 \frac{1}{6} + \ldots 6^2 \cdot \frac{1}{6} - 3{,}5^2 = \underline{2{,}91\overline{6}}$

$V(X) = 1^2 \cdot \frac{1}{63} + 2^2 \cdot \frac{2}{63} + 3^2 \cdot \frac{4}{63} + \ldots 6 \cdot \frac{32}{63} - 5{,}09^2 = \underline{1{,}4195}$

__Bsp:__ Geg: Alle 8 Flächen sind gleichwahrscheinlich.



Der Spieler bezahlt einen best. Einsatz und bekommt nach dem Drehen den Wert ausgezahlt.

a) → Wahrscheinlichkeitsfkt

b) Wie gr. ist die WS mehr als 3 EUR zu gewinnen; höchstens 2 EUR zu gewinnen

c) Ber. Sie den Erwartungswert und die Varianz

d) Best. Sie den fairen Preis für dieses Spiel

a) $P(X=N) = 2a$ $\quad 8a = 1$
$P(X=1) = a$
$P(X=2) = a$
$P(X=3) = 2a$
$P(X=4) = 2a$

$P(X=i) = \begin{cases} \frac{2}{8} & \text{für } i = 0 \\ \frac{1}{8} & i = 1 \\ \frac{1}{8} & i = 2 \\ \frac{2}{8} & i = 3 \\ \frac{2}{8} & i = 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{2}{8} & \text{für } i = 0, 3, 4 \\ \frac{1}{8} & \text{für } i = 1, 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

b) $P(X > 3\,\text{EUR}) = P(X=4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - F(3) = \frac{1}{4}$ $\quad P(X \leq 2) = 0{,}5$

c) $E(X) = 0 \cdot \frac{2}{8} + 1 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{2}{8} + 4 \cdot \frac{2}{8} = \frac{17}{8} = 2{,}125$

$V(X) = 2{,}359$ $\qquad \sigma = \sqrt{2{,}359} = 1{,}53\,\text{EUR}$ „Standart abweichung"