STAT 2 Das Gewicht eines Profi-Boxers sei normalverteilt mit einem Erwartungswert von 85Kg u. einer Standardabweichung von 2Kg.

Wie gr. ist die WS, dass er

a_1) mehr als 90Kg

a_2) mehr als 5% von 85Kg abweicht

a_3) 10Kg mehr als sein Gegner (selbe Verteilung)

b) Welches Gewicht wird mit 95%-WS nicht überschritten

c) die beiden Boxer stellen sich gemeinsam auf 1 Waage, die nur bis 180Kg zugelassen ist. Mit welcher WS hält die Waage

d) Aufgrund eines starken Durchfalls verliert der Sportler 10% an Gewicht. Benennen Sie die neue Verteilung!

X = Profi-Boxer = 85Kg $X \sim N_0(85;4)$

a_1) $P(X>90) = 1 - P(X \leq 90) = 1 - F(90) = 1 - \Phi\left(\frac{90-85}{2}\right) = 1 - \Phi(0{,}993790) =$ ✓

a_2) – =

a_3) $P(X_1 - X_2 = 10) = 0$ –> Punkt-WS immer 0! ✓

b) –

c) –

d) $X = \underline{(\text{Profi-Boxer}) \cdot 0{,}9 = 76{,}5\,\text{Kg}}$ $X \sim N_0(76{,}5; 2^2)$

X ~ Gewicht eines Boxers Normalverteilt $X \sim N_0(85,4)$

a_1) $P(X>90) = 1 - P(X \leq 90) = 1 - \Phi\left(\frac{90-85}{2}\right) = 1 - 0{,}993790 = \underline{0{,}00621}$

a_2) 5% v. 85Kg –> 89,25 Kg

–> 80,75 Kg

oder symm. der Normalverteilung

$P(80{,}75 \leq X \leq 89{,}25) = P(X < 80{,}75 \vee X > 89{,}25) = 1 - \left[\Phi\left(\frac{89{,}25-85}{2}\right) - \Phi\left(\frac{80{,}75-85}{2}\right)\right]$

$= 1 - [\Phi(2{,}13) - \Phi(-2{,}13)] = 1 - [0{,}983414 - [1 - 0{,}983414]]$

$= \underline{0{,}033172}$

a_3) $P((X_1 - X_2) = 10) = 0$

~~b)~~ $P(X \leq a) = 0{,}95$

$= \Phi\left(\frac{a-85}{2}\right) = 0{,}95 \qquad \Phi(1{,}645) = 0{,}95$ bzw. $\Phi(1{,}64) \approx 0{,}95$

$\uparrow$ 1,645

$\rightarrow \frac{a-85}{2} = 1{,}645 \qquad \rightarrow a = 85 + 2 \cdot 1{,}645 = \underline{88{,}29}$

↑ Ausschuss geringer durch Varianz

c) X_1 – Gewicht Boxer 1 $\qquad X_2$ – Gewicht Boxer 2

X – Gewicht beider Boxer $\quad X = X_1 + X_2$ „Additivität"

$\mu = \mu_1 + \mu_2 = 85 + 85 = 170$

$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 4 + 4 = 8 \qquad$ → bei Unabhängigkeit! ~~immer gegeben~~

$X \sim N_0(170, 8)$

$P(X \leq 180) = \Phi\left(\frac{180-170}{\sqrt{8}}\right) \approx \Phi(3{,}55) = \underline{0{,}99807}$

d) $X = X_{alt} \cdot 0{,}9 = 76{,}5$

$\sigma^2 = \sigma_{alt}^2 \cdot (0{,}9)^2 = 3{,}24 \quad \rightarrow \sigma_{neu} = \sigma_{alt} \cdot 0{,}9 = 1{,}8$

$X_{neu} \sim \underline{N_0(76{,}5; 3{,}24)}$

<u>Lsg. der Aufgabe</u> $\quad X$ – Kiste Wasser $\quad X = X_1 + X_2 + \ldots X_{12}$

Erwartungswert $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \ldots \mu_{12} = \underline{8400}$ $\quad$ Varianz $\sigma^2 = 1{,}5^2 + 1{,}5^2 \ldots 2{,}25 = \underline{27}$ $\quad \| X \neq 12X$ $\sqrt{\sigma}$

$X \sim N_0(8400, 27)$

$P(X < 8232 \vee X > 8568) = 1 - P(X \leq 8232 \leq 8568) = 1 - \left[\Phi\left(\frac{8568-8400}{\sqrt{27}}\right) - \Phi\left(\frac{8232-8400}{\sqrt{27}}\right)\right]$

$= 1 - [\Phi(32{,}33) - \Phi(-32{,}33)] = 1 - [1 - 0] = \underline{0}$

STAT2

Qualitätssicherung

Bsp: Wasserherstellung

Annahme:
- 1 Kiste wird zufällig entnommen
- Inhalt
- Mittelwert der 12 Flaschen

X - gr. X wegen zufällig

$\overline{X}_n$ – Mittelwert dieser Stichprobe

$\rightarrow \overline{X}_{12} = \frac{1}{12}(X_1 + X_2 \ldots X_{12})$

Erwartungswert $E(\overline{X}_{12}) = \mu^* = \left[\frac{1}{12}(X_1 + X_2 \ldots X_{12})\right] = \frac{1}{12} E(X_1 + X_2 \ldots X_{12})$

$= \frac{1}{12}\left[E(X_1) + E(X_2) \ldots E(X_{12})\right] = \frac{1}{12}(\mu + \mu + \ldots \mu)$

$= \frac{1}{12} \cdot 12\mu = \underline{\mu}$

Varianz $\sigma_*^2 = V(\overline{X}_{12}) = \left[\frac{1}{12}(X_1 + X_2 \ldots X_{12})\right] = \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot \left[V(X_1 + X_2 \ldots X_{12})\right]$

$= \left(\frac{1}{12}\right)^2 \left[V(X_1) + V(X_2) \ldots V(X_{12})\right] = \left(\frac{1}{12}\right)^2 \left[\sigma^2 + \sigma^2 \ldots \sigma^2\right]$

$= \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot 12\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{12}$

Allgemein gilt: $\overline{X}_n \sim N_0\left(\underbrace{\mu}_{\text{Erwartungswert d. Stichproben-Fkt (arithm. Mittel)}} ; \underbrace{\frac{\sigma^2}{n}}_{\text{Varianz}}\right)$

Schätztheorie

Bei der ST schätzen die Parameter von Zufallsvariablen auf Basis von Stichproben.

Bsp: μ – Erwartungswert (z.B. Einstellung der Maschine)

Stichprobe von z.B. 10 Flaschen (699; 700; 700; 699,5; 700; 700,2; 700; 700; 700; 700)

$\overline{X}_n = \frac{1}{10}(699 + 700 + \ldots 700) = 699,87$

1. Punktschätzung $\hat{\mu} = 699,87$ (geschätzt)

2. Intervallschätzung

Standardnormalverteilung

$\overline{X}_n - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \overline{X}_n + \underbrace{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}_{\text{Perzentil der SNV}} \cdot \underbrace{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{Standardabweichung der Stichproben-Fkt}}$