

Schätztheorie:

$$\bar{X}_n - U_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_n + U_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Perzentil d. Standardnormalverteilung

Stichprobenmittelwert

Standardabweichung dieser Verteilung

Bsp: Bei einer Stichprobe von $n=9$ Teilen ergibt sich ein Mittelwert von 45. σ^2 sei bekannt mit 4.

Intervall für μ :

α -Intensivwahrscheinlichkeit ($\alpha = 0,10$)

→ Wert nach 0,95 auf Tab.

$$45 - U_{0,95} \cdot \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \leq \mu \leq 45 + U_{0,95} \cdot \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$$

$$45 - 1,645 \cdot \frac{2}{3} \leq \mu \leq 45 + 1,645 \cdot \frac{2}{3}$$

$$43,91 \leq \mu \leq 46,09$$

Der unbekannte Parameter μ liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% ($1-\alpha$) in dem Intervall $[43,91; 46,09]$

Breite des Intervalls $2 \cdot U_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\sigma^2 \downarrow \rightarrow$ Intervall kleiner, $n \uparrow \rightarrow$ Intervall kleiner
 $\alpha \uparrow \rightarrow$ Intervall kleiner

Testtheorie

Test $\hat{=}$ statistisches Verfahren zur Überprüfung von Hypothesen

Hypothese $\hat{=}$ Behauptung über eine Zufallsvariable deren Verteilung und deren Parameter

Bsp: In einem Medikament befinden sich 100mg eines best. Wirkstoffes. Überprüfen Sie mit Hilfe eines geeigneten Tests.

Behauptung: pro Tablette $\mu = 100$ mg

→ Nullhypothese $H_0: \mu = 100$

Gegenhypothese $H_1: \mu \neq 100$

Test: Stichprobenziehung ($n = 25$)

→ Mittelwert $\bar{X}_n = 99,8$ (z.B.)

$$\bar{X}_n \sim N_0\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad \text{für uns immer} \\ \text{Annahme: } \sigma^2 \text{ ist bekannt } (\sigma^2 = 1)$$

→ Annahmebereich: $W(\alpha = 0,1)$ Erwartungswert

$$\mu_0 - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X}_n \leq \mu_0 + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ 100 - 1,645 \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} \leq \bar{X}_n \leq 100 + 1,645 \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} \\ 99,671 \leq \bar{X}_n \leq 100,329$$

Das arith. Mittel $\bar{X}_n = 99,8$ liegt im Annahmebereich, d.h. die Hypothese

$H_0(\mu = 100)$ kann nicht verworfen werden.

Bsp: Sie überprüfen täglich mit $n=9$ Dosen, ob tatsächlich 500ml in der Holsten-Dose sind. Ihr heutiges Ergebnis lautet:

499, 498, 500, 500, 501, 499, 499, 500, ~~500~~ ⁴⁹⁹

Die Varianz der einzelnen Dose sei $0,9 \text{ [ml}^2\text{]}$. Führen Sie einen geeigneten Test mit $\alpha = 0,1$ durch!

$$\mu = 500 \text{ ml} \quad n = 9 \quad \alpha = 0,1 \quad \sigma^2 = 0,9 \text{ (ml}^2\text{)} \quad \bar{X}_n = 499,4$$

$$H_0: \mu = 500 \quad H_1: \mu \neq 500 \quad \bar{X}_n = \frac{1}{9}(\dots) = 499,44 \quad \text{Prüfprobe}$$

$$W_H \quad 500 - 1,645 \cdot \frac{\sqrt{0,9}}{\sqrt{9}} \leq \bar{X}_n \leq 500 + 1,645 \cdot \frac{\sqrt{0,9}}{\sqrt{9}} \quad \leftarrow \\ 499,48 \quad \quad \quad 500,52$$

H_0 wird abgelehnt